

MODELAGEM DINÂMICA E CONTROLE PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO APLICADO A UM ATUADOR ROBÓTICO

Samuel da Silva Gomes¹; Sebastião Cícero Pinheiro Gomes²

Resumo

O presente artigo aborda a modelagem dinâmica e o controle de um atuador robótico do tipo moto-redutor, com ênfase especial à modelagem do atrito. Após o desenvolvimento do modelo dinâmico, projetou-se um controle de posição PID. Simulações foram realizadas a fim de se verificar a robustez do controlador a variações paramétricas. Os resultados de simulação mostraram que o controle PID apresentou um bom desempenho, muito semelhante aos resultados experimentais.

Palavras-chave: PID; atuador robótico; resultados experimentais.

Abstract

This article discusses the dynamic modeling and control of a robotic actuator type geared motor, with special emphasis on the modeling of friction. After the development of the dynamic model, designed a PID position control. Simulations were performed in order to check the robustness of controller the parametric variations. The simulation results have shown that the PID control presented a good performance, very similar to the experimental results.

Keywords: PID; Robotic actuator; experimental results.

Introdução

A modelagem de atuadores robóticos constitui um desafio permanente devido à complexidade da dinâmica interna, principalmente em razão dos atritos não lineares (GOMES, 1995), fato que motivou o surgimento de diversos trabalhos na literatura sobre a modelagem matemática do atrito. O atuador utilizado no presente artigo é o *harmonic-drive*. Esse tipo de atuador robótico possui vantagens importantes como baixo peso, tamanho pequeno, jogo angular praticamente nulo, além da alta capacidade de transmissão de torque em razão do grande número de dentes das engrenagens em contato. Porém, a existência de uma zona morta em torque significativa (em torno de 10% a 20% de seu torque máximo) pode degradar o desempenho de leis de controle projetadas. Essa zona morta existe devida ao atrito interno (MACHADO, 2007).

O controle proporcional, integral e derivativo (PID) é conhecido por combinar suas ações e gerar um só sinal de controle com o objetivo de aproveitar as características de cada ação para

¹ Doutorando pelo Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, professor do Instituto Federal Rio Grande do Sul – IFRS Campus Rio Grande. Email: samuel.gomes@riogrande.ifrs.edu.br.

² Doutor em Automação em Robótica e Automação pela École Nationale Supérieure d’Aéronautique et de l’Espace (Ensae/França), professor permanente do programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal do Rio Grande – FURG. E-mail: sebastiaogomes@furg.br.

melhorar o comportamento transitório do sistema. Portanto, neste tipo de ação de controle, o efeito desestabilizador do controle proporcional integral é diminuído pela ação derivativa que tende a ampliar a estabilidade do sistema tornando-o mais amortecido (FRANKLIN ET AL, 1994).

A popularidade de controladores PID pode ser atribuída em parte ao seu desempenho robusto em uma ampla gama de condições de funcionamento e em parte à sua simplicidade funcional, que permite aos engenheiros operá-los de uma forma simples e direta.

O presente artigo traz um estudo sobre a modelagem do atuador do tipo moto redutor com o modelo de atrito de Gomes (ZEILMANN, 2011) e também apresenta o controle de atuadores robóticos (simulações e experimentos), a partir de duas estratégias diferentes, para fins comparativos, utilizando-se o modelo dinâmico proposto em (GOMES, 2003). As seções 1 e 2 apresentam uma rápida discussão sobre o atuador robótico, sua utilidade e modelagem. Na seção 3 é apresentado e na seção 4 é validação do modelo de atrito de Gomes. Por fim, nas seções 5 e 6, apresentam-se os resultados das simulações do controle PID (realizadas no Matlab) com e sem variação paramétrica, bem como resultados experimentais em malha fechada, estando as conclusões na seção 7.

1 O atuador robótico

Os atuadores elétricos do tipo moto-redutor *harmonic-drive* têm grande utilização na robótica. Eles estão presentes, por exemplo, em humanóides, veículos aéreos, subaquáticos e terrestres e nas juntas rotacionais de manipuladores robóticos. Essa utilização se justifica em razão do seu jogo angular praticamente nulo e ainda, da sua grande capacidade de ampliação do torque (GERVINI ET AL, 2003). Porém, este tipo de atuador possui uma relevante zona morta em torque, ou seja, qualquer torque inferior ao atrito estático não passa para a estrutura a ser controlada.

O *harmonic-drive*, comparado a moto-redutores convencionais, apresenta excelentes características como alta relação de redução de velocidade, jogo angular mínimo, alta precisão, pequeno porte, alta capacidade de torque, operação silenciosa e sem vibração e alta eficiência (SUNADA, 2007).

A Figura 1 mostra a foto de um atuador do tipo *harmonic-drive*. Nela vê-se o encoder incremental, o motor DC e o redutor *harmonic-drive*.

Figura 1: Foto do atuador do tipo moto-redutor harmonic-drive



Fonte: Os autores

O atuador que serviu de base para a determinação do modelo dinâmico para o estudo apresentado neste trabalho possui zona morta em torque equivalente a aproximadamente 10,8% do seu torque máximo.

2 Modelo do atuador

O modelo dinâmico do atuador é baseado no modelo proposto por (GOMES, 2003). A tabela 1 mostra a constante de inércia e o torque máximo do atuador modelado.

Tabela 1 - Parâmetros do atuador

Parâmetro	Valor
Inércia do rotor (I)	0.0133 kg.m ²
Torque máximo	1.74 N.m

Fonte: Os autores

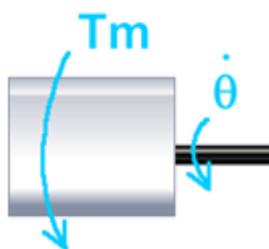
A equação (1) apresenta uma aproximação rígida e linear para a dinâmica do atuador:

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} = T_m \quad (1)$$

onde I é a inércia do rotor, $\ddot{\theta}$ a aceleração do rotor, c é o coeficiente de atrito, $\dot{\theta}$ é a velocidade do rotor e T_m o torque motor.

A Figura 2 mostra um desenho simplificado do atuador, com uma aproximação rígida 1 dof (*degree of freedom*).

Figura 2 - Esquema do atuador com aproximação rígida



Fonte: Os autores

Em forma matricial tem-se o seguinte modelo:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-c}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} T_m =$$
$$\dot{\vec{x}} = A\vec{x} + \vec{B}T_m \quad (2)$$

Considerando a não linearidade do sistema relacionada ao atrito, a equação (1) é reescrita na forma:

$$I\ddot{\theta} = T_m + T_a \quad (3)$$

onde T_a é o torque de atrito não linear.

3 Modelo de atrito

Em um sistema robótico, o atrito é um dos grandes problemas a ser estudado e entendido, especialmente devido à sua complexidade e ao crescente aumento da procura por processos que exigem alta precisão de posicionamento e manipulação. O atrito pode aparecer em várias partes que compõem o robô, como, por exemplo, os rotores, as transmissões, os mancais de sustentação, etc. Com o objetivo principal de estudar os efeitos causados pelo atrito e buscar alternativas de compensá-lo, surgiram ao longo dos anos diversas técnicas para reproduzir um comportamento preciso do fenômeno. Sendo assim, será apresentado o modelo de atrito de Gomes (ZEILMANN, 2011).

Dentre os fenômenos que serão observados na modelagem estão o efeito de pré-deslizamento em pequenos deslocamentos, onde verificam-se a dependência na forma de histerese da força de atrito em relação ao deslocamento, o efeito de ruptura, que é a força necessária para vencer o atrito estático e iniciar o movimento (CASANOVA, 2007), os modos *stick-slip* (fenômeno associado a atritos não lineares e acontece para baixas velocidades, podendo gerar ciclos limites em torno de uma referência numa estratégia de controle em malha fechada) e o efeito Stribeck para baixas velocidades, efeito descrito como a redução contínua da força de atrito com o aumento de velocidade (ZEILMANN, 2011).

O modelo de Gomes, proposto originalmente em (GOMES, 1995) se diferencia dos modelos clássicos em razão de sua representação do atrito. Neste modelo, o atrito não é representado nas equações diferenciais como um torque externo, mas como parte integrante da dinâmica própria do sistema.

Uma das principais contribuições do modelo é a representação do fenômeno *stick-slip* (ZEILMANN, 2011), um comportamento não linear comum em atuadores robóticos operando em baixas velocidades. *Stick-slip* significa um efeito prende-desliza, no qual a velocidade rotor

vai a zero quando o torque resultante no atuador é inferior ao atrito estático e ainda, a velocidade do rotor menor do que um determinado valor limite (modo *stick*), permanecendo assim até o momento em que o torque resultante sai da zona morta e reinicia a rotação do rotor, ocorrendo assim o deslizamento (modo *slip*).

O estudo do modelo Gomes começa com a obtenção da curva característica estática do atrito. Diversos torques foram aplicados ao rotor do atuador com o objetivo de medir a velocidade após o regime estacionário. O torque de atrito é igual ao torque motor aplicado para cada velocidade estacionária, já que não existem outros torques externos além do motor.

Para interpolar os pontos em cada um dos sentidos de rotação, foram utilizados dois polinômios considerando que o índice i pode ser para velocidade positiva (p) ou negativa (n). A equação do torque de atrito não linear, para cada sentido de rotação, fica assim definida:

$$T_{at} = f_i + f_{vi}\dot{\theta} + c_i\dot{\theta}^2 \quad (4)$$

Onde:

T_{at} é o torque de atrito não linear

f_i é o coeficiente de atrito seco (velocidade positiva ou negativa);

f_{vi} é o coeficiente de atrito viscoso (velocidade positiva ou negativa);

c_i é o coeficiente de atrito de segunda ordem (velocidade positiva ou negativa).

$\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$ são respectivamente a velocidade e aceleração do rotor.

A equação do torque de atrito não linear é escrita da seguinte forma, considerando f_v^* como o coeficiente de atrito viscoso variável e $\dot{\theta}$ como a velocidade do rotor:

$$T_{at} = f_v^* \dot{\theta} \quad (5)$$

Conforme a equação do atuador com aproximação rígida, apresentada na equação (1), a dinâmica pode ser posta em forma matricial e o modelo de Gomes fica representado pela equação (6). O coeficiente f_v^* depende da velocidade angular $\dot{\theta}$ e do torque motor T_m . Em (GOMES, 2011) existe um algoritmo para a geração do f_v^* .

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-f_v^*(\dot{\theta}, T_m)}{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{I} \end{pmatrix} T_m = \quad (6)$$

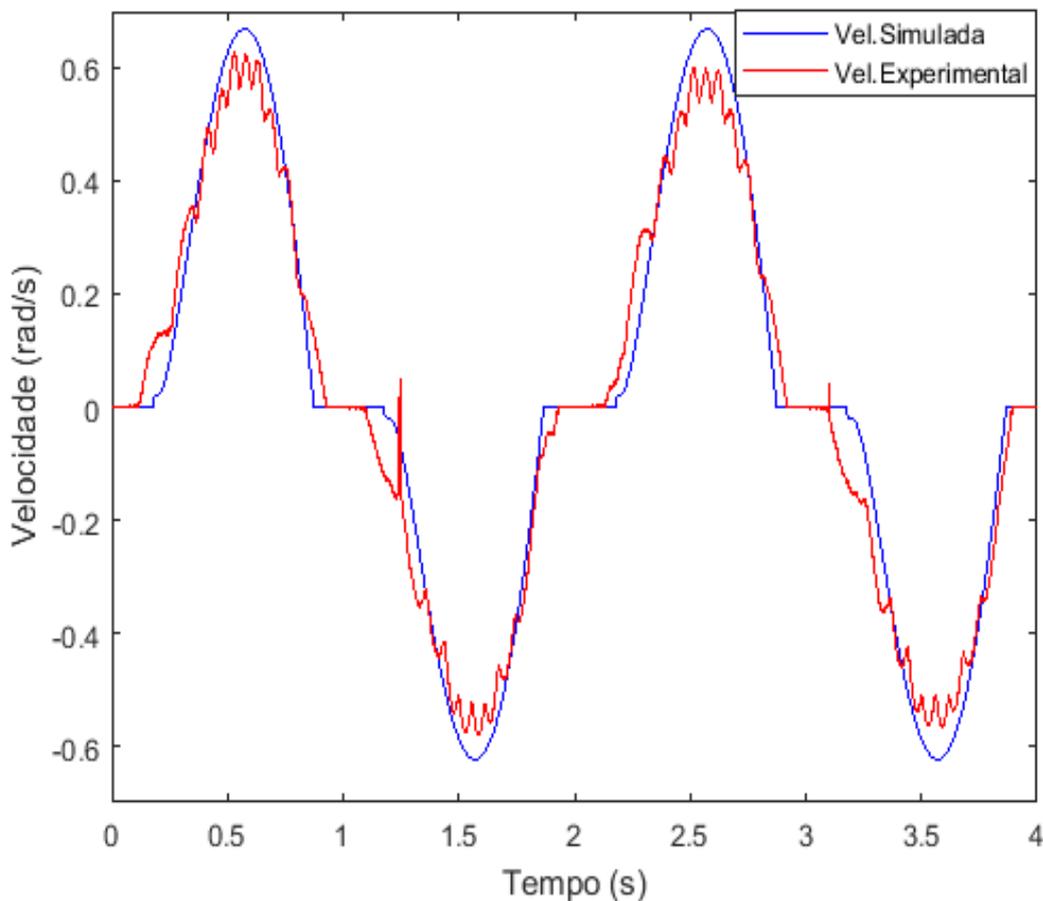
$$\dot{\vec{x}} = A(\dot{\theta}, T_m)\vec{x} + \vec{B}T_m$$

A equação (6) mostra que a não linearidade devida ao atrito pertence à dinâmica própria do sistema.

4 Simulação e experimento em malha aberta

Nesta seção é apresentada a simulação realizada com o MATLAB para o modelo de atrito estudado. O gráfico de simulação do modelo é comparado a partir de teste experimental que visa à validação do modelo proposto e também aferir a precisão do modelo de atrito. O resultado aqui apresentado foi realizado em malha aberta. É importante observar que toda simulação foi feita sob a mesma condição do experimento, ou seja, o mesmo torque motor experimental foi aplicado na simulação.

Figura 3: Gráfico da Velocidade Experimental comparada com a Velocidade obtida com o modelo de Gomes



Fonte: Os autores

Um sinal senoidal PWM (*Pulse-Width-Modulation*) é aplicado ao motor com uma frequência de 1/2 Hertz. O sinal PWM é então convertido em um sinal de corrente, produzindo um torque no motor do atuador. O torque motor máximo deste atuador é 1.74 Nm. A Figura 3 apresenta uma simulação realizada com o modelo Gomes de atrito, confrontada a um resultado experimental. Uma das principais contribuições deste modelo é a ótima representação do fenômeno *stick-slip*, comum em atuadores operando em baixas velocidades. Além disso,

considera o atrito nos dois sentidos de rotação, horário (positivo) e anti-horário (negativo). Estas características conferem ao modelo Gomes o melhor desempenho em malha aberta entre todos os modelos estudados para o trabalho. A trajetória de velocidade simulada (linha azul) é visualmente muito próxima da trajetória experimental (linha vermelha) em ambos os sentidos de rotação.

5 Simulações para o atuador robótico

A seguir, são apresentadas simulações realizadas no Matlab com a função integradora `ode45nn` (que consiste numa alteração da função `ode45` original). Os resultados obtidos ilustram o comportamento do atuador robótico do tipo *harmonic-drive* com a aproximação rígida de 1 *dof*, considerando a dinâmica não linear do modelo. A trajetória a ser seguida foi gerada adotando-se um perfil de velocidade trapezoidal, com posição inicial de 0 *rd*, posição final igual a 4 *rd* e passo de integração de 0.000651s (idêntico ao passo de discretização utilizado nos experimentos). Durante cada intervalo, enquanto o sistema evolui, o controle PID é atualizado uma única vez, simulando assim, um controle discreto conforme implementado em tempo real.

A trajetória trapezoidal consiste em dividir o tempo de simulação do controle em três partes iguais: primeiramente com aceleração positiva, em seguida com aceleração nula e, por fim, com aceleração negativa. O objetivo da trajetória era chegar até a posição final de 4 *rd* em 5 segundos e lá se manter por mais 5 segundos. Nos gráficos tem-se a referida trajetória de referência em vermelho, enquanto que a posição angular de saída está em azul. Das janelas gráficas a seguir (figuras 4 e 5), o gráfico superior esquerdo mostra a posição angular, o superior direito a velocidade angular, o inferior esquerdo o erro em posição e o inferior direito o torque motor de controle.

É importante ressaltar que os projetos de ganhos dos controles proporcional (K_p), integral (K_i) e derivativo (K_d), o número de pontos da janela de esquecimento (j_n) foram todos determinados de modo iterativo, a partir da análise dos resultados de diversas simulações, considerando-se o modelo nominal com a dinâmica linear de atrito (proporcional à velocidade) igual à planta física. A simulação realizada considerando o caso ideal (modelo e planta idênticos e lineares) apresentou um resultado excelente, como já esperado e por essa razão foi omitida no presente trabalho. As simulações mostradas a seguir foram realizadas considerando a planta física não linear e, portanto, procuram ressaltar se o controlador consegue manter o bom desempenho sem comprometer a estabilidade, mesmo em presença de dinâmicas não modeladas (não consideradas no modelo nominal) e variações paramétricas.

Os ganhos utilizados no controlador Proporcional, integral e derivativo (PID), foram:

$$K_p = 2.0332$$

$$K_d = 0.1964$$

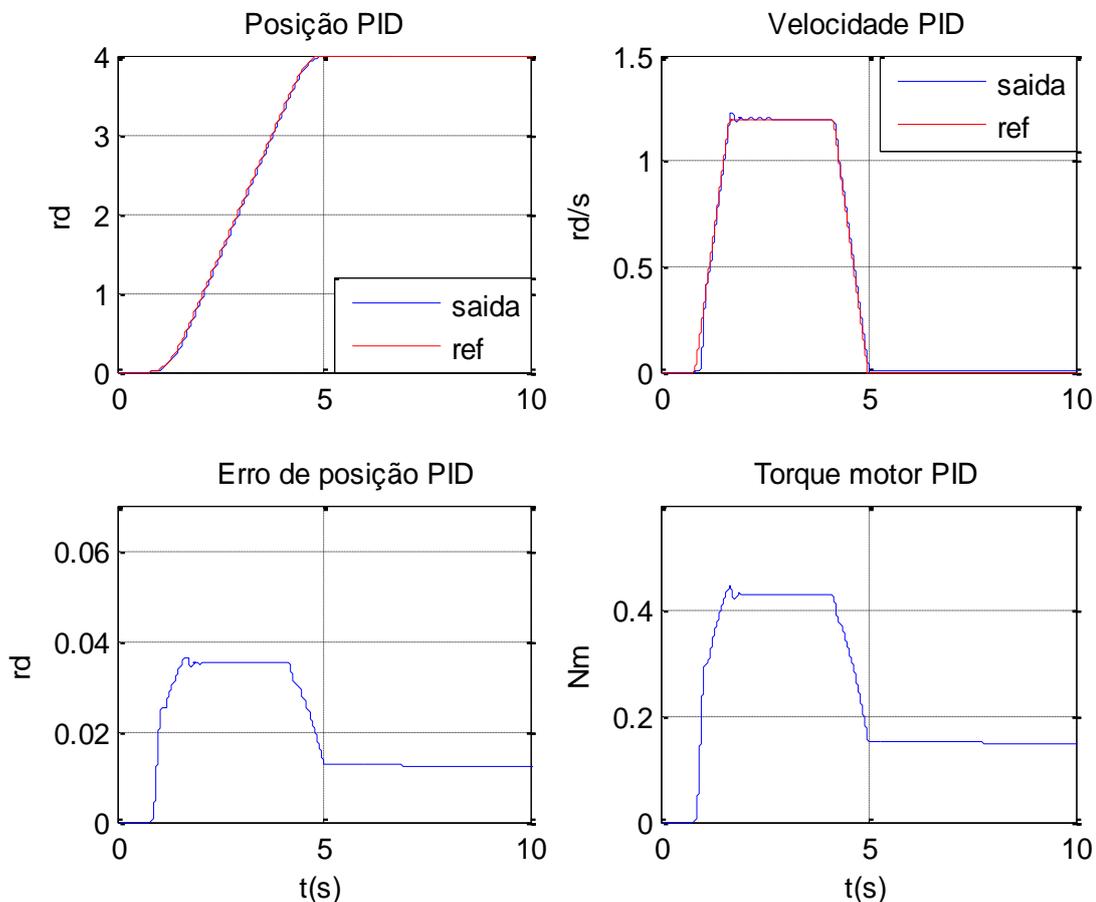
$$K_i = 0.2$$

$j_n = 50$ (número de pontos para a janela de esquecimento).

5.1 Simulação 1 (sem variação no torque de atrito)

Percebe-se, na simulação com o sistema de controle PID mostrado na (Fig. 4), um ótimo desempenho. Nas ((Fig. 4) e (Fig. 5)), a componente integral foi implementada utilizando-se uma janela de esquecimento para o somatório dos erros, conforme proposta em (GOMES e BIER, 1998). A janela de esquecimento consiste em trabalhar com um número fixo de valores de erro para compor o somatório dos erros. Se a janela tiver n valores, quando entrar o erro no passo j , retira-se do somatório o erro no passo $j-n$. Esse método possibilita que erros grandes de posição, presentes principalmente no início da busca pela referência possam ser desprezados após um dado tempo. Esta estratégia amplia a estabilidade na implementação do controle PID.

Figura 4 - Simulação do controle PID



Fonte: Os autores

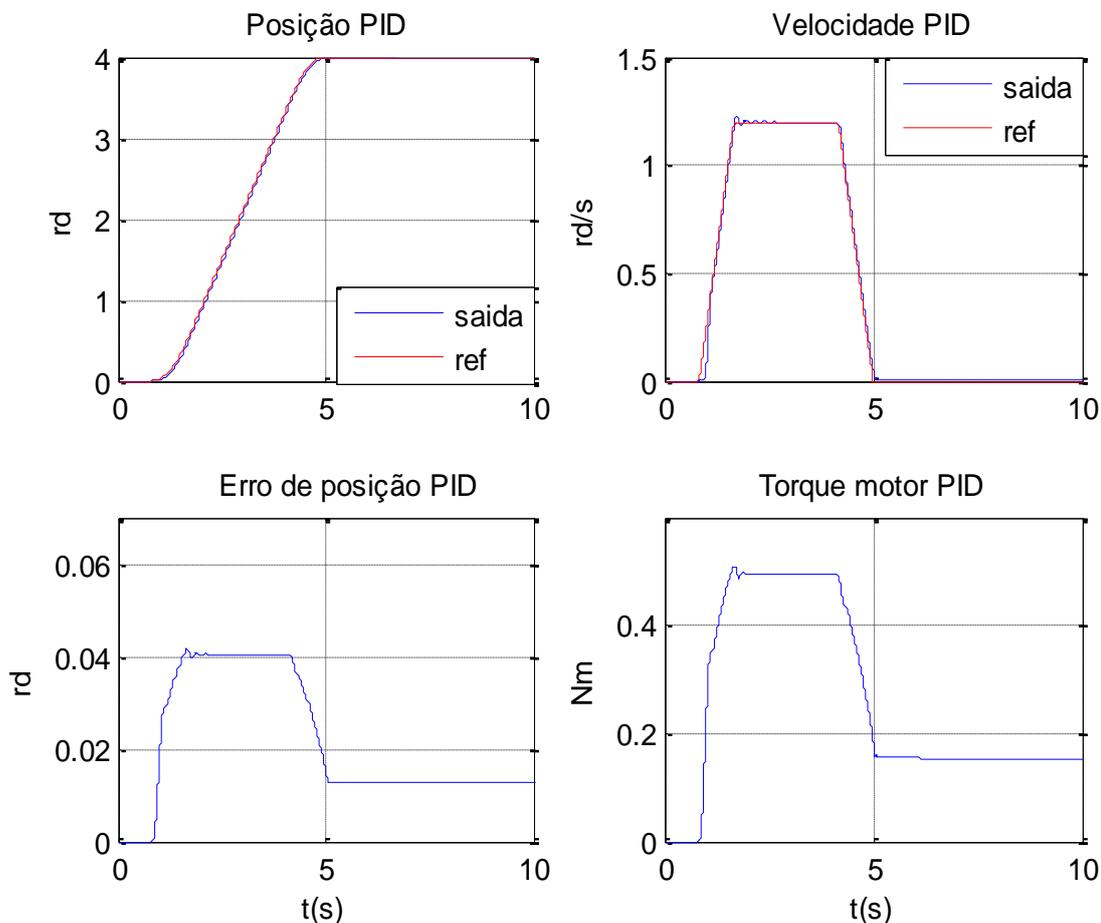
5.2 Simulação 2 (com variação paramétrica)

Após diversas simulações para avaliar os efeitos das variações paramétricas nos parâmetros do modelo, observou-se que o atrito é crítico para a dinâmica do atuador, principalmente os parâmetros relativos aos atritos seco e estático, os quais limitam a zona morta em torque do atuador. Nas simulações realizadas a seguir, adotou-se para esses parâmetros uma variação 15% maior que na planta física, com relação ao modelo nominal.

Na simulação realizada com o PID (Fig. 5), observa-se que, mesmo com a variação paramétrica, a trajetória de referência foi seguida quase com exatidão. Assim, verifica-se que, o desempenho do sistema com o controle PID é satisfatório.

Vale ressaltar para a lei de controle que, apesar da variação de 15% dos parâmetros considerados críticos e ainda, da necessidade de superar uma zona morta em torque de aproximadamente 10,8% do seu torque máximo, o torque motor sofre um acréscimo em relação à simulação sem variação paramétrica em torno de 12%, mas em nenhum momento satura (saturação estimada em 1.74 N.m), permanecendo sempre dentro de uma faixa normal de operação.

Figura 5 - Simulação do controle PID



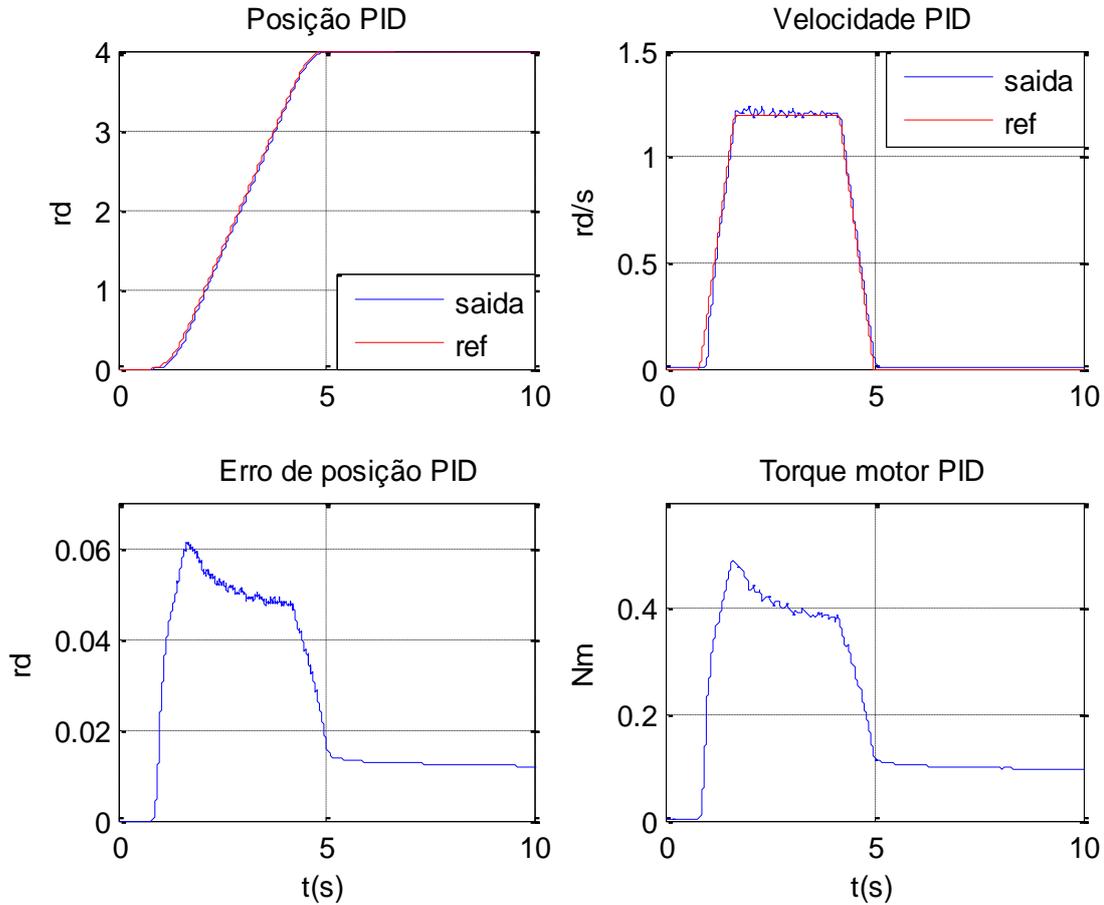
Fonte: Os autores

6 Resultados experimentais do controle

A seguir mostra-se o resultado experimental obtido na mesma condição das simulações mostradas na seção 6, com o controle PID (Fig 6). O gráfico mostrado a seguir mantém o mesmo formato dos anteriores (Figuras 4 e 5) e os ganhos experimentais dos controles também foram os mesmos utilizados nas simulações.

Pode-se notar que os projetos dos ganhos das leis de controle feitos e testados em simulação ((Fig 4) e (Fig 5)) mostraram-se satisfatórios também no resultado experimental (Fig 6). Em nenhum momento os torques motores experimentais saturaram.

Figura 6 - Experimento do controle PID



Fonte: Os autores

É importante lembrar que não teria sentido se o objetivo do experimento fosse para validar o modelo dinâmico do atuador com o atrito de Gomes, porque a lei de controle projetada é propícia para ser robusta perante sistemas não lineares com dinâmicas mal modeladas. Por esta razão, a validação do modelo foi feita em malha aberta (seção 4).

7 Conclusões

Este artigo tratou da modelagem e do controle de atuadores robóticos. Utilizou-se o modelo de Gomes de atrito, o qual se diferencia dos modelos clássicos pelo fato do atrito ser representado diretamente na dinâmica própria do sistema (não é considerado um torque externo) e por ter uma fácil identificação de parâmetros, o que tornou sua implementação mais simples. Além de não utilizar o acréscimo de equações diferenciais na dinâmica do atuador, possui uma excelente representação do fenômeno *stick-slip*, comum em atuadores operando em baixas velocidades. Este modelo considera o atrito diferente nos dois sentidos de rotação, horário (positivo) e anti-horário (negativo).

O trabalho ainda abordou o problema do controle de atuadores robóticos do tipo *harmonic-drive*, considerando o atrito não linear e avaliando o desempenho do controlador PID, considerando-se variações paramétricas nas simulações. Em ambos os casos o objetivo foi o de efetuar o controle em posição do atuador robótico.

Percebeu-se que o controle PID é robusto às diferenças entre modelo nominal e planta e à zona morta em torque na dinâmica de atuadores. A lei de controle foi projetada para fornecer aproximadamente o mesmo desempenho quando o modelo nominal é considerado idêntico à planta física, de forma que os resultados experimentais e as simulações com variações paramétricas evidenciaram esse fato.

Referências

- CASANOVA, C. C. (2007). **Modelagem e compensação de atrito em robôs manipuladores com flexibilidades nas juntas: identificação, análise e resultados experimentais**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 114f. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/90304/244888.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 13 mar. 2019.
- FRANKLIN, G. F., POWELL, J. D. AND EMAMI-NAEINI, A. E. **Feedback control of dynamic systems**. Addison Wesley Publishing Company, 1994.
- GERVINI, V. I., GOMES, S. C. P., ROSA, V. S. (2003). **A new robotic drive joint friction compensation mechanism using neural networks**. Journal of de Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering, ABCM, April-June, Vol. XXV.
- GOMES, S. C. P. (1995). **Modelagem de atritos internos às articulações de robôs manipuladores**. In *XIII COBEM*, CD-ROM, Belo Horizonte.
- GOMES, S. C. P., ROSA, V. S. (2003). **A new approach to compensate Friction in robotic actuators**. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2003), Taipei, Taiwan.
- GOMES, S. S. **Modelagem e controle de atuadores robóticos e veículos subaquáticos não tripulados**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande. 151 f. Disponível em: <http://repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/3434/Modelagem%20e%20controle%20de%20atuadores%20rob%C3%B3ticos%20e%20ve%C3%ADculos%20subaqu%C3%A1ticos%20n%C3%A3o%20tripulados.pdf?sequence=1>. Acesso em: 13 mar. 2019.
- GROOVER, MIKELL P., WEISS, M., NAGEL, R. N., ODREY, N. G. (1988). **Robótica: tecnologia e programação**. McGraw-Hill. São Paulo.
- MACHADO, C. C. **Modelagem matemática e controle ativo de um manipulador com um elo flexível**. 2007. Porto Alegre. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 152f. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/10482> >. Acesso em: 13 mar. 2019.

SLOTINE, W. LI. (1991). **Applied Nonlinear Control**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 461 p.

SUNADA, M. M. (2007). **Acionamento de um posicionador linear de ultra-precisão empregando uma redução Harmonic-Drive com controle de velocidade**. 2007.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 162f. Disponível:

<<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/89880/241212.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 15 mar. 2019.

ZEILMANN, A. P. **Um estudo teórico e experimental sobre modelos de atrito para atuadores robóticos**. 2011. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande.