O USO DE MÉTODOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL NA MODELAGEM DE SÉRIES TEMPORAIS SEM SAZONALIDADE

Paulo Siga Thomaz[1]; Viviane Leite Dias de Mattos[2]; Luiz Ricardo Nakamura[3]; Gérson dos Santos Nunes[4]; Andréa Cristina Konrath[5]

Resumo
Este estudo tem como objetivo avaliar o desempenho dos modelos de suavização exponencial na previsão de quatro séries temporais com diferentes propriedades. Com esta finalidade, 80% dos dados de cada série foram separados para ajustar os modelos, enquanto o restante foi utilizado para a amostra de validação da previsão. A previsão foi realizada para todo o horizonte da amostra de validação (20% dos dados), sendo computados o erro absoluto percentual médio (MAPE), além da estatística U de Theil para cada um dos períodos (h = 1, h = 2, h = 3, ...). Para identificação do melhor modelo, foram considerados os períodos que forneceram MAPE menor que 5% e U de Theil menor que um. Os resultados encontrados mostraram que esses métodos podem ser utilizados com sucesso em determinadas situações, não sendo indicados para previsões de longo prazo ou para séries que apresentam mudanças drásticas de comportamento ao longo do tempo.
Palavras-chave: modelos exponenciais; previsão; séries temporais.

Abstract
This study aims to evaluate the performance of exponential smoothing models in the prediction of four time series with different properties. For this purpose, 80% of the data from each series were separated to fit the models, while the remaining data were used for the forecast validation sample. The prediction was performed for the entire horizon of the validation sample (20% of the data), and the mean absolute percentage error (MAPE) was computed, as well as the U'Theil statistic for each of the periods (h = 1, h = 2, h = 3, ...). In order to identify the best model, the periods that provided MAPE lesser than 5% and U of Theil lesser than 1 were considered. The results showed that these methods can be successfully used in certain situations and are not indicated for long term forecasts or for series that show drastic changes in behavior over time
Keywords: exponential smoothing; prediction; time series.

Introdução

Uma sequência de observações de uma variável aleatória ao longo do tempo é denominada série temporal, caracterizando-se como uma possível realização de um processo estocástico. Sua modelagem permite identificar um padrão de comportamento para a variável aleatória, possibilitando a realização de previsões (MORETTIN e TOLOI, 2006). Sua análise

[1] Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: paulosigathomaz@gmail.com.
[2] Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC, professora da Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: viviane.leite.mattos@gmail.com.
[3] Doutor em Ciências (Estatística e Experimentação Agronômica) pela Universidade de São Paulo-USP, professor do Departamento de Informática e Estatística da Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC. luiz.nakamura@ufsc.br.
[4] Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande-FURG. E-mail: gersonnunes@ifsul.edu.br.
[5] Doutora em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC, professora da Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC. E-mail: andreack@gmail.com.

pode ser de grande valia para gestores atuantes em todas as áreas do conhecimento, visto que eles necessitam constantemente tomar decisões.

A previsão de séries temporais relativas à incidência de doenças, por exemplo, pode fornecer subsídios para o desenvolvimento de programas educacionais preventivos ou até mesmo, incentivar o desenvolvimento de pesquisas que amenizem as consequências de enfermidades. Esta previsão também é considerada bastante útil na otimização de processos industriais, pois, conforme evidenciado em Martin et al. (2010), realizar previsões reduz o grau de incerteza e auxilia na tomada de decisões. Da mesma forma, a modelagem e previsão de indicadores econômicos podem auxiliar na elaboração de políticas públicas e planejamento estratégico de um país. Já a modelagem de dados financeiros permite avaliar o comportamento de ações disponíveis no mercado, viabilizando um correto investimento. Projetos de obras públicas precisam de modelagem de séries temporais para realizar projeções do crescimento e hábitos da população, de forma a ampliar a vida útil destas obras. A modelagem da demanda de energia elétrica também pode ser extremamente pertinente, pois este bem é indispensável para o funcionamento da indústria e o aumento de sua produção não pode ser feito muito rapidamente.

De acordo com Souza et al. (2008), entretanto, grande parte dos gestores empresariais não confia nas técnicas disponíveis para previsão por considerar que ambientes competitivos e instáveis dificultam a identificação de um padrão. Os métodos de suavização exponencial foram criados com esta finalidade e, além de serem de execução simples, podem trazer bons resultados em determinadas situações, principalmente quando a previsão é de curto prazo. Esses modelos se baseiam na ponderação de observações passadas, em que os pesos decaem exponencialmente conforme as observações ficam mais antigas, e, em geral, possuem três componentes: nível, tendência e sazonalidade (HYNDMAN e ATHANASOPOULOS, 2017). O tipo de modelo, portanto, depende de como cada uma dessas componentes é considerada.

O presente estudo, além de apresentar uma síntese dos modelos de suavização exponencial não sazonais, tem por objetivo avaliar o desempenho desses métodos na modelagem de quatro séries temporais com diferentes propriedades, comparando-os em termos de desempenho.

1 Estudos Relacionados

Esta seção se destina a sintetizar alguns estudos presentes na literatura em que os modelos de suavização exponencial obtiveram resultados satisfatórios na modelagem de séries temporais.

Ostertagová e Ostertag (2012) fizeram uma síntese do método de suavização Exponencial Simples e o utilizam na modelagem da série de produção anual de eletricidade na Eslováquia. Após escolher o melhor modelo no ajuste através de medidas de erro, os autores o utilizaram para previsão da série temporal um passo à frente, obtendo resultados razoáveis. Como conclusão, os autores afirmam que o modelo de suavização exponencial simples pode ser uma alternativa na previsão de curto prazo para séries temporais sem sazonalidade e tendência.

Em outro estudo, Bastos (2016) utilizou o método de Tendência Linear, modelo Sazonal de Holt-Winters e a metodologia Box-Jenkins na previsão da série mensal de produção nacional de óleo diesel. Os resultados mostraram um melhor desempenho por parte do modelo de Holt-Winters, no entanto o método de Tendência Linear foi capaz de superar o modelo ARIMA na previsão. Os achados mostram que os métodos de suavização exponencial podem apresentar resultados melhores que a metodologia Box-Jenkins em determinadas situações.

Nazim e Afthanorhan (2014), em seu estudo de previsão da população total da Malásia, também mostram que os métodos de suavização exponencial podem conduzir a bons resultados. Os autores compararam o desempenho dos modelos de suavização exponencial simples, suavização exponencial duplo, tendência linear e suavização exponencial simples com taxa de resposta adaptativa na previsão. Os parâmetros de suavização foram definidos de forma a minimizar o erro quadrático médio (MSE). Como conclusão do estudo, foi observado que o modelo de tendência linear foi o que conduziu aos menores erros, sendo mais apropriado que os demais para prever a série temporal em estudo.

Em outro estudo envolvendo a comparação dos modelos de suavização exponencial e Box-Jenkins, Bertolde e Junior (2013) utilizaram o método de suavização exponencial simples, o método de tendência linear e os modelos ARIMA na previsão da demanda de peças de reposição de uma empresa do transporte ferroviário. Os resultados mostraram superioridade por parte do modelo de suavização exponencial simples perante aos demais. Além disso, o melhor modelo de previsão obteve resultados superior ao modelo já utilizado pela empresa, o que mostra que os modelos de suavização exponencial podem ser uma alternativa viável no ramo empresarial.

Além dos trabalhos citados, recentemente os modelos de suavização exponencial têm sido muito utilizados em diversos estudos, entre os quais: Tratar et al. (2016), Su et al. (2018) e Dantas e Oliveira (2018).

2 Modelos de suavização exponencial

O método mais simples de previsão, denominado de método ingênuo, consiste na utilização do último valor observado (Y_t) como previsão da próxima observação, conforme Equação (1).

$$\hat{Y}_{t+h} = Y_t. \tag{1}$$

Este método não é muito utilizado, embora, de acordo com Souza et al. (2008), possa fornecer resultados satisfatórios quando a série estudada é puramente um caminho aleatório. Além disso, ele se torna importante por ter sido o ponto de partida para os métodos de suavização exponencial. O seu subsequente, denominado método de suavização exponencial simples, utiliza no modelo, além da última previsão, a sua diferença com o respectivo valor observado (erro ou resíduo: $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$), atribuindo-lhe uma importância (α). Esta importância define o grau de suavização considerado no modelo, podendo variar entre zero e um ($0 \leq \alpha \leq 1$) e a modelagem pode ser feita conforme Equação (2).

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t. \tag{2}$$

Generalizando, tem-se a Equação (3), sendo o melhor valor atribuído ao parâmetro α, aquele que minimiza os erros ou resíduos.

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1-\alpha)Y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 Y_{t-2} + \\ \ldots + \alpha(1-\alpha)^{t-1} Y_1 + (1-\alpha)^t \hat{Y}_t.\end{aligned} \tag{3}$$

Chama-se a atenção para o fato de que, na presença de tendência este método não funciona bem, pois este coeficiente assume valores muito elevados, reduzindo-se ao método ingênuo.

Posteriormente, foi proposto o método linear de Holt, que introduz na modelagem mais uma constante ($0 \leq \beta \leq 1$), representando a variação da variável observada por unidade de tempo. Este método envolve duas equações: uma para estimar o nível (Equação 4) e outra para estimar sua variação (Equação 5), relacionada ao coeficiente angular da reta. Estes resultados são combinados na Equação (6), com o objetivo de se realizar a previsão *h* passos à frente.

$$l_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \tag{4}$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta^*)b_{t-1}, \tag{5}$$

$$\hat{Y}_{t+h|t} = l_t + hb_t. \tag{6}$$

Nessas equações l_t representa a estimativa do nível da série no t-ésimo tempo, enquanto b_t, a estimativa da sua variação no t-ésimo tempo. Quando a tendência da série não for linear, o modelo aditivo de previsão pode ser substituído pelo modelo multiplicativo, conforme Equações (7), (8) e (9).

$$l_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} b_{t-1}), \quad (7)$$

$$b_t = \beta^* \frac{l_t}{l_{t-1}} + (1-\beta^*) b_{t-1}, \quad (8)$$

$$\hat{Y}_{t+h|t} = l_t + h b_t. \quad (9)$$

O método linear de Holt e sua variação exponencial apresentam a desvantagem de superestimar previsões, principalmente em longo prazo. Para contornar este problema, foi proposto considerar a suavização da tendência por meio de um novo parâmetro ($0 < \phi < 1$). O modelo aditivo do método com tendência suavizada emprega as Equações (10), (11) e 12, enquanto o multiplicativo, as Equações (13), (14) e (15).

$$l_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1}), \quad (10)$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1-\beta^*)\phi b_{t-1}, \quad (11)$$

$$\hat{Y}_{t+h|t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \cdots + \phi^h) b_t, \quad (12)$$

$$l_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)\left(l_{t-1}.\, b_{t-1}^{\phi}\right), \quad (13)$$

$$b_t = \beta^* \frac{l_t}{l_{t-1}} + (1-\beta^*).\, b_{t-1}^{\phi}, \quad (14)$$

$$\hat{Y}_{t+h|t} = l_t.\, b_t^{(\phi+\phi^2+\cdots+\phi^h)}. \quad (15)$$

De acordo com Hyndman e Athanasopoulos (2017), os métodos com tendência suavizada provaram ser muito bem-sucedidos e são muito utilizados, principalmente quando vários ajustamentos necessitam ser executados. Entretanto, para que os modelos de suavização exponencial sejam considerados de boa qualidade, é necessário que os resíduos não sejam autocorrelacionados, o que pode ser verificado pelo teste de Ljung-Box. Mais detalhes sobre estas técnicas podem ser encontrados em Souza et al. (2008) e Hyndman e Athanasopoulos (2017).

3 Metodologia

Foram selecionadas quatro séries temporais aparentemente não estacionárias e sem sazonalidade, ideais para a aplicação dos modelos de suavização exponencial. Depois de uma análise exploratória, foram ajustados modelos considerando as primeiras 80% observações. As restantes foram utilizadas para validar os modelos para previsão, o que foi feito por meio do erro percentual absoluto médio (MAPE) e do U de Theil (THEIL, 1967) que avalia o ganho do modelo em relação ao método ingênuo.

Os parâmetros α, β e ϕ, bem como os valores iniciais l_0 e b_0, foram estimados de forma a otimizar a função de verossimilhança dos modelos. Além disso, para que os modelos de

suavização exponencial sejam considerados de boa qualidade, é necessário que os resíduos não sejam autocorrelacionados, o que foi verificado pelo teste Ljung-Box (LJUNG e BOX, 1978). Os modelos em que foram encontradas evidências de autocorrelação em seus resíduos foram descartados, não sendo utilizados na previsão.

A previsão foi realizada para todo o horizonte da amostra de validação (20% dos dados), sendo computados o MAPE e U de Theil para cada um dos períodos (h = 1, h = 2, h = 3, ...), com o objetivo de avaliar o desempenho dos modelos de maneira gradativa no intervalo de previsão. Para identificação do melhor modelo, foram considerados os períodos que forneceram MAPE menor que 5% e U de Theil menor que um. O motivo da escolha desses indicadores é que eles são livres de escala, sendo possível comparar séries temporais com dados em diferentes unidades de medida.

A otimização dos parâmetros dos modelos de suavização exponencial foi feita através do software R (R CORE TEAM, 2018), enquanto os gráficos apresentados foram gerados pelo Microsoft Excel.

4 Resultados

A Tabela 1 apresenta os valores iniciais e os parâmetros de suavização obtidos para os modelos de suavização exponencial, bem como o valor p do teste de Ljung-Box para os resíduos dos modelos. É possível observar que para a série A o teste de Ljung-Box traz evidências de que apenas modelo de Tendência Multiplicativa possui resíduos sem autocorrelação ao nível de significância de 5%, tornando esse o único modelo adequado para previsão. Para as demais séries, todos os modelos são capazes de eliminar a autocorrelação nos resíduos e, portanto, podem ser utilizados para previsão.

Tabela 1 - Valores iniciais, parâmetros de suavização e valor p do teste de Ljung-Box para os modelos.

	Modelo	l_0	b_0	α	β	ϕ	LB (p)
Série A	SES	364642,89	-	0,9999	-	-	0,0001
	TL	192920,93	47170,19	0,8855	0,8855	-	0,0370
	TM	215632,55	1,09	0,8913	0,8913	-	0,0525
	TLS	192896,47	47186,48	0,8898	0,8898	0,8711	0,0286
	TMS	196029,69	1,24	0,9992	0,0039	0,9596	0,0098
Série B	SES	106,19	-	0,9999	-	-	0,3541
	TL	105,77	1,09	0,9999	0,0772	-	0,6018
	TM	105,52	1,01	0,9999	0,0040	-	0,6922
	TLS	105,73	0,91	0,9999	0,0992	0,9800	0,5616
	TMS	106,69	1,01	0,9999	0,0762	0,9800	0,5747
	SES	135,00	-	0,6936	-	-	0,1710

Série C	TL	128,20	16,28	0,3997	0,0001	-	0,6880
	TM	126,03	1,03	0,4306	0,0001	-	0,6495
	TLS	114,11	13,57	0,3844	0,0453	0,9800	0,6672
	TMS	114,56	1,09	0,2839	0,0001	0,9714	0,7000
Série D	SES	45,18	-	0,7828	-	-	0,3282
	TL	39,43	2,14	0,7650	0,0001	-	0,3537
	TM	42,57	1,04	0,6626	0,1510	-	0,5438
	TLS	40,50	3,17	0,6501	0,1132	0,8334	0,5157
	TMS	38,33	1,11	0,6572	0,1074	0,8033	0,4948

Fonte: Os Autores.
OBS: SES – suavização exponencial simples; TL – tendência linear; TM – tendência multiplicativa; TLS – tendência linear suavizada; TMS – tendência multiplicativa suavizada; LB – Ljung-Box.

A Tabela 2 apresenta o desempenho dos modelos em relação à previsão. A série A apresentou a modelagem menos eficiente, visto que o modelo de tendência multiplicativa, o único que apresentou resíduos sem evidências de autocorrelação, não obteve U de Theil satisfatório em nenhum dos intervalos de previsão, atingindo MAPE menor que 5% apenas até a terceira observação. Em relação à série B, o modelo de suavização exponencial simples foi o que obteve os melhores resultados para todo o intervalo de previsão. No entanto, o modelo de tendência linear se mostrou mais eficiente a curto prazo, visto que obteve U de Theil menor do que um até a nona observação. Já a série C apresentou a melhor modelagem, com o modelo de tendência multiplicativa apresentando o menor MAPE dentre todos os modelos para todo o intervalo de previsão e, além de U de Theil menor do que um. Por fim, na modelagem da série D, nenhum modelo foi capaz de obter MAPE satisfatório a partir da segunda observação. No entanto, o modelo de tendência linear apresentou maior estabilidade na modelagem, com MAPE variando entre 5 e 7% ao longo de todo o intervalo de previsão.

Tabela 2 - Desempenho dos modelos quanto á previsão

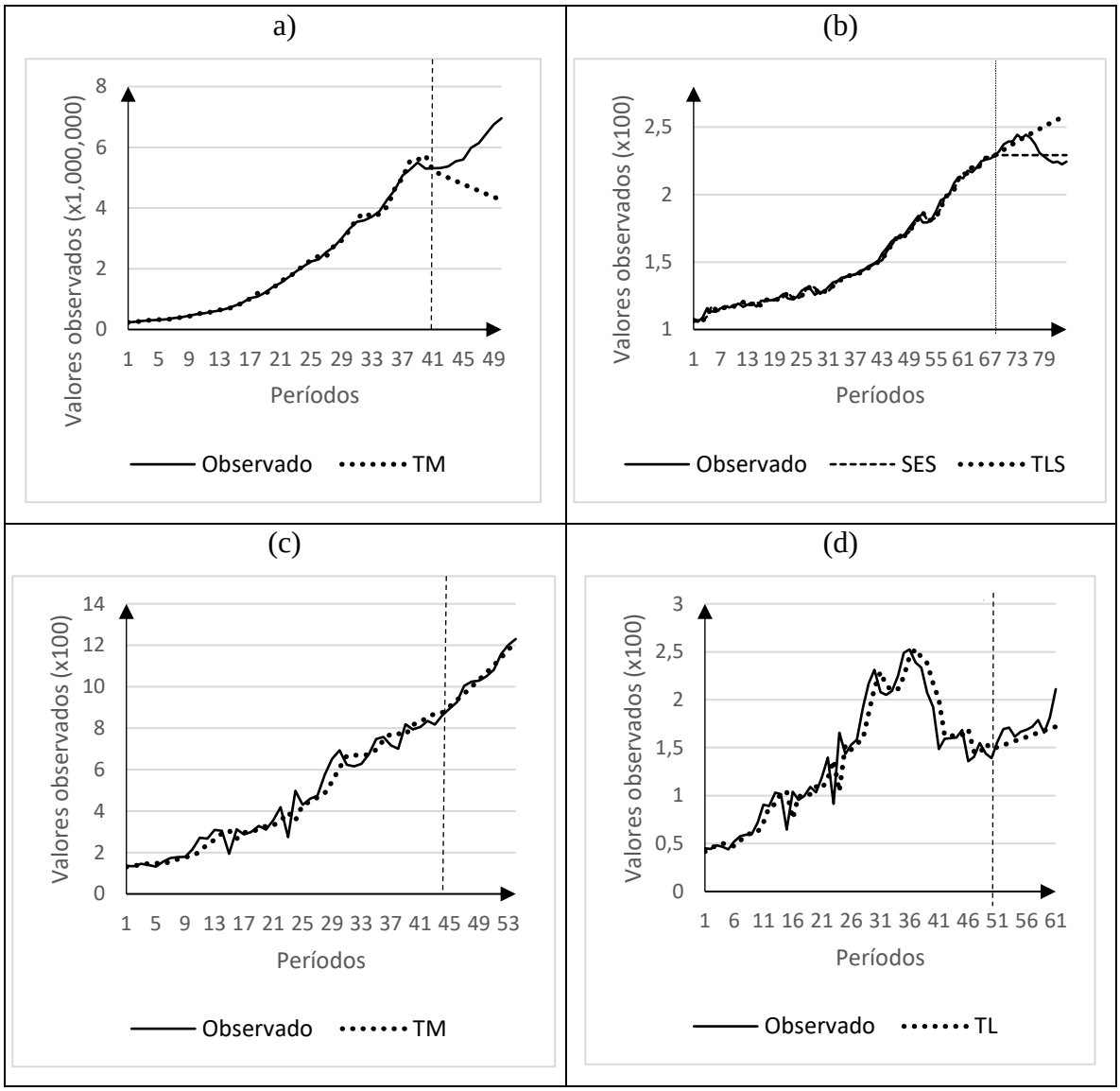
	Modelo	Previsão - 20%		Períodos com MAPE < 5%	Períodos com U de Theil < 1	Total de Períodos de Previsão
		MAPE	U de Theil			
Série A	SES	-	-	-	-	10
	TL	-	-	-	-	
	TM	19,0985	6,7626	3	0	
	TLS	-	-	-	-	
	TMS	-	-	-	-	
Série B	SES	3,3795	3,0283	17	1	17
	TL	7,9127	7,8020	13	8	
	TM	9,1642	9,3609	13	8	
	TLS	5,9036	6,0045	16	9	

	TMS	6,8955	7,0913	15	9	
Série C	SES	20,4415	5,2221	1	1	11
	TL	359,7417	97,0168	2	1	
	TM	1,6367	0,4373	11	11	
	TLS	12,7961	3,3355	4	2	
	TMS	6,8744	2,0986	9	5	
Série D	SES	15,1037	2,3279	1	2	12
	TL	6,6373	1,1399	2	2	
	TM	22,9342	3,5061	1	2	
	TLS	16,8870	2,5794	1	2	
	TMS	17,4198	2,6792	1	2	

Fonte: Os Autores.
OBS: SES – suavização exponencial Simples; TL – tendência linear; TM – tendência multiplicativa; TLS – tendência linear suavizada; TMS – tendência multiplicativa suavizada; LB – Ljung-Box.

A Figura 1 apresenta os melhores modelos para cada série com os respectivos valores observados, onde a linha tracejada separa o ajuste da previsão executada pelo modelo exponencial. A análise gráfica possibilita confirmar os resultados apresentados na Tabela 2, observando-se que o modelo de tendência multiplicativa para a série A obteve os piores resultados. Tal fato pode ter sido causado pela mudança de comportamento da série exatamente no ponto de início de previsão, retornando ao padrão inicial após alguns períodos. Isso é evidenciado pelo comportamento do modelo na previsão, que não é capaz de retornar ao padrão inicial, se afastando consideravelmente dos valores observados. Na série B esta mudança de comportamento também existe, o que faz com que o modelo de tendência linear suavizada passe a falhar a partir da septuagésima nona observação. Neste caso o melhor desempenho foi obtido pelo modelo de suavização exponencial simples por se aproximar mais da previsão ingênua. Em relação às séries C e D, é possível observar que os modelos exponenciais selecionados conseguem compreender e captar os padrões de comportamento. Embora estas séries tenham apresentado maior variabilidade que as demais, não existem mudanças abruptas durante o intervalo de previsão. Vale ressaltar, no entanto, que o modelo de tendência linear acaba por subestimar as previsões na série D, pois esta apresentou uma alteração em seu padrão de comportamento a partir do período 25, retomando seu padrão inicial apenas a partir do período 41, o que conseguiu ser captado pelo modelo. No final do intervalo de tempo restante, entretanto, parece ter iniciado uma nova alteração, não captada pelo modelo.

Figura 1 - Comparação entre os modelos de previsão e os dados observados



Fonte: Os Autores.

5 Conclusão

O objetivo deste estudo foi avaliar o desempenho dos modelos de suavização exponencial, o que foi feito em quatro séries de dados com diferentes propriedades. Os resultados encontrados mostram que estes modelos, apesar de sua simplicidade, podem ser utilizados com sucesso em situações propícias, sendo aconselháveis para previsões de curto prazo e para séries que não apresentem mudanças abruptas em seu padrão de comportamento. Para previsões de longo prazo, esses modelos não apresentaram bom desempenho, porque, de maneira geral, as séries temporais, por sofrerem influência de outras variáveis, apresentam a tendência de alteração de seu padrão de comportamento. Nesse caso, pode-se recorrer a alternativas, como por exemplo aos modelos de Box-Jenkins.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio financeiro para a realização desse estudo.

Referências

BASTOS, R. F. Avaliação de Desempenho de Modelos de Séries Temporais para Previsões da Produção de Óleo Diesel Nacional. **In. Simpósio de Pesquisa Operacional & Logística da Marinha (SPOLM)**, 18, 2016, Rio de Janeiro.

BERTOLDE, A.I; JUNIOR, W.P.X. Uma Comparação de Métodos de Previsão de Demanda de Peças de Reposição: Uma Aplicação ao Transporte Ferroviário. Revista **Gestão Industrial**, v. 3, p. 535-551, 2013.

DANTAS, T.M..; OLIVEIRA, L. C. O. Improving Time Series Forecasting: An Approach Combining Bootstrap Aggregation, Clusters and Exponential Smoothing. **International Journal of Forecasting**, v. 34, p. 748-761, 2018.

HYNDMAN, R.J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting:** principles and practice. Melbourne: OTexts, 2017. Acesso em 27 set. 2017. Online. Disponível em: https://www.otexts.org/fpp.

LJUNG, G.; BOX, G. E. P. On a mesure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, v. 65, p.297-303, 1978.

MARTIN, A.C.; HENNING, E.; WALTER, O.M.F.C.; KONRATH, A.C. Análise de series temporais para previsão da evolução do número se automóveis no município de Joinvile. **Espacios**, v. 37, n. 6, p.29-43, 2016. Disponível em: http://qualimetria.ufsc.br/files/2016/05/Revista-ESPACIOS-_-Vol.pdf. Acesso em: 15 mai 2018.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. 2ª. ed. São Paulo: editora Blucher, 2006.

NAZIM, A. N. A; AFTHANORHAN, A. Comparison between Single Exponential Smoothing (DES), Holt's (brown) and Adaptive Response Rate Exponential Smoothing (ARRES) Techniques in Forecasting Malaysia Population. **Global Journal of Mathematical Analysis** , v. 2, p.276-280, 2014.

OSTERTAGOVÁ, E.; OSTERTAG, O. Forecasting Using Exponential Smoothing Method. **Acta Electrotechnica**, v. 12, p.62-66, 2012.

R CORE TEAM. R: **A Language and Environment for Statistical Computing.** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: https://www.R-project.org. Acesso em: 05 jun. 2018.

SOUZA, G.P.; SAMOHYL, R.; MIRANDA, R.G. **Métodos Simplificados de Previsão Empresarial**. Florianópolis: editora Ciência Moderna, 2008.

SU, Y.; GAO, W.; GUAN, D.; SU, W. Dynamic Assessment and Forecast of Urban Water Ecological Footprint Based on Exponential Smoothing Analysis. **Journal of Cleaner Production**, v.195, p.354-364, 2018.

THEIL, H. ***Economics and information theory***. Amsterdam: North-Holland, 1967.

TRATAR, L.F.; MOJŠKERC, B.; TOMAN, A. Demanding Forecast With Four-Parameter Exponential Smoothing. **International Journal of Production Economics**, v.181, p. 162-173, 2016.