

IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO ANISOTRÓPICO DE TURBULÊNCIA PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO GIRATÓRIO DE CICLONES

Rafaello Duarte Luciano¹, Leonardo Machado da Rosa², Evandro Balestrin³, Dirceu Noriler⁴, Henry França Meier⁵

Resumo

Uma das características do escoamento em ciclones é o comportamento anisotrópico da turbulência devido à dominância do escoamento vorticial. Tal aspecto torna inadequado o uso de modelos mais simples como o $k-\epsilon$ padrão, que consideram a turbulência isotrópica, e por isso não conseguem prever corretamente o escoamento de ciclones em simulações numéricas. Por outro lado, modelos mais completos como o *Reynolds Stress Model* (RSM) exigem o uso de maior quantidade de recursos computacionais. No presente estudo foi implementado um modelo de turbulência anisotrópico híbrido entre $k-\epsilon$ e comprimento de mistura de Prandtl, com duas equações de transporte adicionais, utilizando o código aberto para fluidodinâmica computacional OpenFOAM. Resultados obtidos indicam que esse modelo tende a melhorar a captura de características importantes do escoamento de ciclones sem aumentar notavelmente o custo computacional, reforçando seu potencial para situações que necessitem de rapidez ou de um grande número de simulações.

Palavras-chave: Turbulência, Fluidodinâmica Computacional, Separadores Ciclônicos.

Abstract

The anisotropic behavior of the turbulence due to the dominance of vorticial flow is one of the main characteristics of fluid flow in cyclones. This aspect renders simpler models inadequate, models such as the standard $k-\epsilon$ among others, because they consider the turbulence isotropic and are therefore unable to correctly model the flow in cyclones. On the other hand, more complete models such as the Reynolds Stress Model (RSM) are costly in terms of computational resources. In this study, a hybrid anisotropic turbulence model based on the standard $k-\epsilon$ and the Prandtl mixing length theory, with two turbulence transport equations, was implemented in the open-source OpenFOAM computational fluid dynamics code. Results indicate that this model tends to improve the capture of important cyclone flow characteristics with a negligible impact on the total computational cost of the simulation, reinforcing its potential for situations requiring speed or a large number of simulations.

Keywords: Turbulence, Computational Fluid Dynamics, Cyclone Separators.

Introdução

Separadores ciclônicos são amplamente utilizados na indústria para remoção de partículas sólidas de correntes gasosas, mas também têm uso para separar líquidos de uma corrente gasosa ou até sólidos de uma corrente líquida. Eles são frequentemente utilizados

¹ Mestrando da Universidade Regional de Blumenau – FURB. E-mail: rdluciano@al.furb.br.

² Pesquisador da Universidade Regional de Blumenau – FURB. E-mail: leorosa@gmail.com.

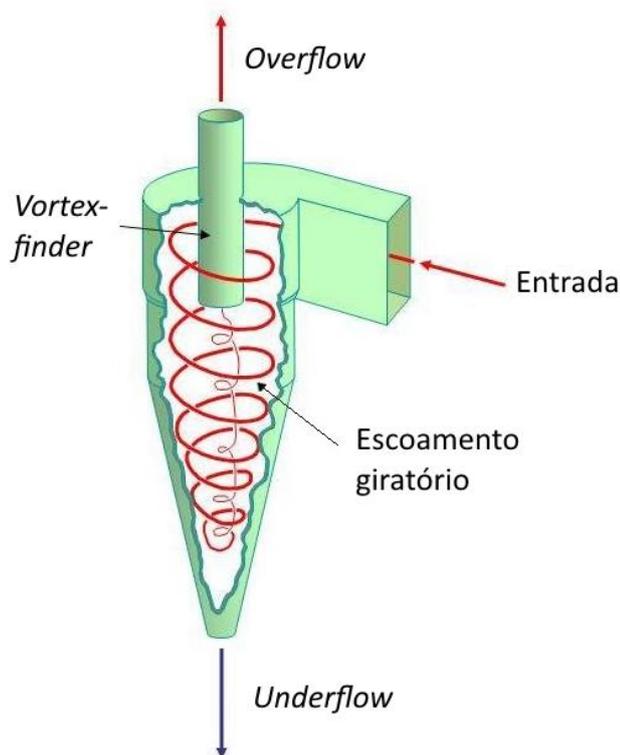
³ Pesquisador da Universidade Regional de Blumenau – FURB. E-mail: evandrobalestrin@hotmail.com.

⁴ Professor da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. E-mail: dnoriler@feq.unicamp.br.

⁵ Professor da Universidade Regional de Blumenau – FURB. E-mail: meier@furb.br.

principalmente por serem (em termos relativos) geometricamente simples, flexíveis com as condições operacionais, e baratos em termos de custos de energia e construção. São comumente utilizados para partículas na faixa de 5 μm até 200 μm , e já foram operados a temperaturas de até 1200°C e pressões de até 500 atm (PERRY, 2007).

Figura 1 – Representação esquemática de ciclones.



Fonte: adaptado de Cement (2017)⁶.

De forma simplificada, para a separação de partículas de uma corrente gasosa, gás e sólidos são alimentados pela entrada tangencial, os sólidos separam-se em direção às paredes externas do ciclone, caem e são coletados pelo *underflow*, e os sólidos finos que não são coletados saem junto com o gás pelo *overflow* (detalhes geométricos na Fig. 1). A entrada tangencial do gás inicia um escoamento vorticial de alta velocidade e causa um aumento significativo na intensidade de turbulência, que, junto com outros fatores, resultam no complexo movimento giratório, com reversão de fluxo e preservação de vorticidade, característico de ciclones (MEIER, 1998).

Como ciclones são extensivamente usados na indústria, encontra-se na literatura um grande número de investigações experimentais e numéricas com este equipamento. Desde a

⁶ CEMENT kiln. In: Wikipedia, The Free Encyclopedia. Acesso em: 10 fevereiro 2017. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Cement_kiln>

década de 1950, a maioria dos métodos empregados para otimização de ciclones são baseados em equações que modelam resultados empíricos (STAIRMAND, 1951; ELSAYED; LACOR, 2012). Conhecidos como modelos empíricos, eles provaram sua utilidade e ainda são utilizados hoje em estudos de otimização de ciclones (ALVES; PAIVA; SALCEDO, 2015). Recentemente, principalmente devido ao rápido aumento da disponibilidade de recursos computacionais, estudos empregando CFD (*Computational Fluid Dynamics* ou fluidodinâmica computacional) para simular ciclones têm se tornado mais comuns. O custo computacional das simulações CFD é o principal limitador desses trabalhos, especialmente em casos que dependem de uma grande quantidade de simulações como por exemplo em otimizações geométricas, e nesse contexto se inserem os estudos que buscam diminuir o custo computacional das simulações sem perder acurácia nos resultados.

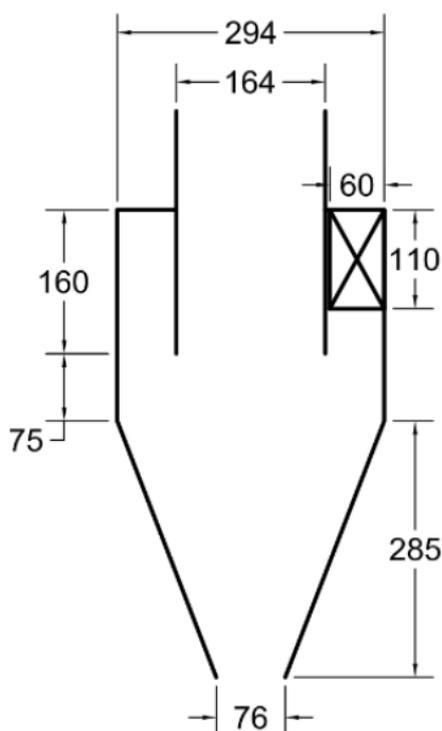
A turbulência é um dos principais pontos que deve ser avaliado quando se utiliza CFD. Se uma malha numérica suficientemente refinada fosse utilizada, a turbulência naturalmente seria calculada e não necessitaria de modelagem, e nesse caso a simulação é conhecida como simulação numérica direta ou DNS (*Direct Numerical Simulation*). Há também uma abordagem conhecida como LES (*Large Eddy Simulation*) que modela as pequenas escalas de turbulência enquanto as grandes escalas são numericamente simuladas (WILCOX, 2006). No entanto, o custo computacional de ambas abordagens ainda é proibitivo, e para evitar a simulação das escalas de turbulência utilizam-se modelos de turbulência baseados na decomposição de Reynolds. Especificamente na área de ciclones, trabalhos já mostraram a incapacidade de modelos isotrópicos em prever o escoamento giratório desses equipamentos (MEIER; MORI, 1999; HOEKSTRA; DERKSEN; VAN DEN AKKER, 1999). No entanto, os modelos anisotrópicos mais comuns como o RSM (*Reynolds Stress Model*) também aumentam significativamente o custo computacional das simulações numéricas.

Desta forma, a proposta desse trabalho é implementar e avaliar um modelo anisotrópico mais eficiente em termos de custos computacionais. Dentre os modelos disponíveis na literatura para simulação de ciclones, está o modelo híbrido entre o modelo padrão de duas equações k- ϵ de Jones e Launder (1972) e o comprimento de mistura de Prandtl (MEIER, 1998; PERICLEOUS, 1987; DYAKOWSKI; WILLIAMS, 1993). Esse modelo híbrido vem sendo adotado devido à sua relação entre custo computacional e capacidade de predição, com destaque para procedimentos de otimização (SGROTT JR. et al. 2015).

1 Materiais e métodos

A geometria do ciclone utilizada nesse estudo (Fig. 2), bem como os resultados experimentais de velocidade, foram obtidos de Balestrin et al. (2015). Estes valores foram medidos na Unidade Experimental de Dutos e Ciclones (UE-DC) localizada no Laboratório de Verificação e Validação da Universidade Regional de Blumenau. Experimentos foram realizados com um ciclone construído em acrílico utilizando a técnica não-intrusiva Stereo-PIV, e foram repetidos três vezes. O erro experimental estimado está apresentado na forma de barras de erro nos gráficos de velocidade a serem apresentados.

Figura 2 – Dimensões da geometria de ciclones estudada (cotas em milímetros).



Fonte: dos autores.

1.1 Modelagem matemática

As principais hipóteses simplificadoras, que serão adotadas em ambas abordagens que serão investigadas, são as seguintes:

- Simetria axial;
- Hipótese de Boussinesq;
- escoamento monofásico;

- escoamento incompressível.

A hipótese de simetria axial indica que a variação nas propriedades dentro do ciclone só se darão no sentido axial e radial, sem variações na direção tangencial. A hipótese de Boussinesq diz que a viscosidade turbulenta é proporcional a uma viscosidade efetiva e à taxa de deformação. Somente será avaliada a fase gasosa com a condição de escoamento monofásico, devido ao objetivo de isolar e avaliar os efeitos da modelagem de turbulência, sendo que essa hipótese também é válida para casos com escoamento diluído com Número de Stokes baixo (menor que 10^{-1}) onde considera-se que as partículas não afetam consideravelmente o escoamento do gás, ressaltando que essa é a condição para os experimentos físicos gás-sólido de Balestrin et al. (2015). Já com a hipótese de escoamento incompressível assume-se que os efeitos de compressão no escoamento são desprezíveis. Considerando que obteve-se Número de Mach máximo menor que 10^{-1} , essa hipótese parece aceitável.

As equações diferenciais parciais de conservação resolvidas para simulação monofásica do escoamento interno de ciclones são as de massa (Eq. 1), quantidade de movimento (Eq. 2), energia cinética turbulenta (Eq. 3) e dissipação da energia cinética turbulenta (Eq. 4).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\mathbf{T} + p\mathbf{I}) = \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} k) + \nabla \cdot \left(\frac{\mu^{ef}}{\sigma^k} \nabla k \right) = G - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \varepsilon) + \nabla \cdot \left(\frac{\mu^{ef}}{\sigma^\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) = (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (4)$$

Na Equação 2 o vetor \mathbf{g} indica a aceleração da gravidade, e \mathbf{I} é o tensor identidade. O tensor tensão (\mathbf{T}) na mesma equação deve ser modelado para fechamento do problema. No presente trabalho serão utilizados modelos de turbulência baseados no procedimento de média temporal de Reynolds. Assume-se que o tensor pode ser expresso como função da viscosidade dinâmica e do tensor taxa de deformação (\mathbf{D}), segundo a hipótese de Boussinesq, conforme a Eq. 5. A viscosidade dinâmica efetiva (μ^{ef}) é calculada a partir da viscosidade turbulenta (μ^t) e da viscosidade molecular (μ) conforme a Eq. 6. O tensor taxa de deformação é calculado a

partir da Eq. 7, onde o sobrescrito \mathbf{T} indica a operação de transposição. O termo fonte da turbulência (G) é calculado a partir da Eq. 8.

$$\mathbf{T} = -2\mu^{sf} \mathbf{D} \quad (5)$$

$$\mu^{sf} = \mu^t + \mu \quad (6)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (7)$$

$$G = -\mathbf{T} : \nabla \mathbf{u} \quad (8)$$

A viscosidade turbulenta será calculada de duas formas, dependendo da abordagem adotada para a turbulência. Na abordagem isotrópica, a viscosidade turbulenta é a mesma independente da direção (Eq. 9), calculada a partir da energia cinética turbulenta (k) e da dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ), conforme modelo k - ϵ padrão. O parâmetro C_μ é obtido empiricamente, e o valor utilizado para esta e demais constantes do modelo está definido na Tab. 1.

$$\mu_{k\epsilon}^t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

Na abordagem anisotrópica, a viscosidade turbulenta é tratada como um tensor. Os componentes na direção tangencial (de giro) no ciclone são calculados a partir da teoria do comprimento de mistura de Prandtl, e os demais componentes possuem o valor calculado segundo o modelo k - ϵ . Na Equação 10 o modelo de comprimento de mistura de Prandtl é apresentado, onde o operador $tr ()$ indica a operação de contração de tensor (traço), l é o comprimento de mistura de Prandtl, r é a posição radial, e μ_{en}^t é caracterizado como uma contribuição turbulenta devido à efeitos de entrada, calculado pela Eq. 11. Nesta equação, K_{en} é a energia cinética turbulenta na entrada, e D_h é o diâmetro hidráulico da entrada. Na Tab. 1 consta o valor adotado para o comprimento de mistura (l), baseado em Meier (1998).

$$\mu_{Pr}^t = \mu_{en}^t + \rho r^2 l^2 \sqrt{tr(\mathbf{D} \cdot \mathbf{D})} \quad (10)$$

$$\mu_{en}^t = \rho \sqrt{k_{en}} \frac{D_h}{10} \quad (11)$$

Tabela 1 - Valores das constantes empíricas.

Constante	C_μ	C_1	C_2	σ^k	σ^ϵ	l
Valor	0,09	1,44	1,92	1,00	1,30	0,034

Fonte: dos autores.

Na abordagem anisotrópica, o cálculo das viscosidades pode ser demonstrado pelo tensor simétrico apresentado na Eq. 12. Neste, os componentes da viscosidade associados à direção tangencial (z) em um caso tridimensional axissimétrico são calculados a partir da teoria do comprimento de mistura de Prandtl, ou seja, $\mu_{xz}^t = \mu_{yz}^t = \mu_{zz}^t = \mu_{pr}^t$. Os componentes restantes são calculados normalmente de acordo com o modelo $k-\epsilon$, ou seja, $\mu_{xx}^t = \mu_{xy}^t = \mu_{yy}^t = \mu_{ke}^t$.

$$\begin{pmatrix} \mu_{xx}^t & \mu_{xy}^t & \mu_{xz}^t \\ \mu_{yx}^t & \mu_{yy}^t & \mu_{yz}^t \\ \mu_{zx}^t & \mu_{zy}^t & \mu_{zz}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{ke}^t & \mu_{ke}^t & \mu_{pr}^t \\ \mu_{ke}^t & \mu_{ke}^t & \mu_{pr}^t \\ \mu_{pr}^t & \mu_{pr}^t & \mu_{pr}^t \end{pmatrix} \quad (12)$$

1.2 Simulações numéricas

O código de CFD utilizado para a implementação do modelo proposto e para a condução das simulações numéricas é o código livre e aberto OpenFOAM. Este resolve as equações de conservação a partir da discretização espacial das equações diferenciais parciais por meio do método dos volumes finitos, com malhas numéricas não-estruturadas. As condições iniciais e de contorno utilizadas estão especificadas na Tab. 2, onde o asterisco (*) indica as condições nas quais foi aplicada a transformação da entrada real para a entrada axissimétrica (MEIER, 1998).

Tabela 2 - Condições de contorno e iniciais para as simulações.

Condições de contorno				
Variável	Condição inicial	Entrada	Paredes	Saída
\mathbf{u}	Igual à entrada	Especificada* 12 m/s	Não-deslizamento	Gradiente zero
p	Igual à saída	Gradiente zero	Gradiente zero	Especificada zero
k	Igual à entrada	Especificada*	Função de parede	Gradiente zero
ϵ	Igual à entrada	Especificada*	Função de parede	Gradiente zero
μ^t	Valor zero	Calculada	Função de parede	Calculada

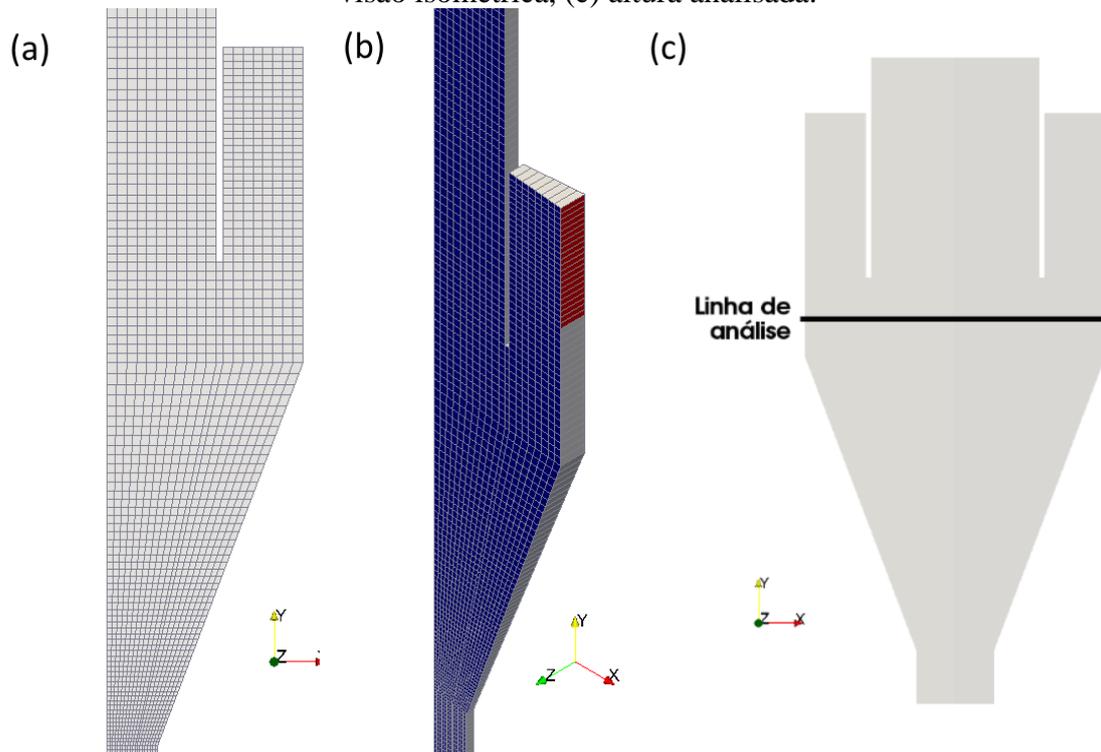
Fonte: dos autores.

As simulações monofásicas foram feitas com a consideração de estado estacionário, e durante o andamento delas foram avaliados os resíduos e o comportamento da velocidade e da pressão. O critério de parada adotado foi a obtenção de resíduos menores que 1×10^{-5} , e estabilidade nas variáveis acompanhadas. Foram utilizados coeficientes de relaxação 0,5 para todas as variáveis a fim de deixar a simulação mais estável, sem prolongar o procedimento iterativo além do necessário, e esquemas de interpolação de segunda ordem para velocidade,

energia cinética turbulenta e dissipação da energia cinética turbulenta (u , k e ϵ). O método de acoplamento pressão-velocidade escolhido foi o SIMPLEC. Para cálculo das propriedades na região da camada limite turbulenta, foi utilizada a lei de parede logarítmica. Nas simulações obteve-se y^+ variando de 60 até 360, valores confortavelmente dentro da faixa de validade dessa lei (WILCOX, 2006). O processador utilizado para as simulações foi um Intel i5-650@3.2GHz.

Estudos de convergência de malha com três malhas tridimensionais axissimétricas foram realizados para estimar o erro associado à incerteza da malha numérica. Baseando-se em Roache (1994) e Celik et al. (2008) que apresentam uma generalização da extrapolação de Richardson para estimativa do índice de convergência da malha (GCI), determinou-se que uma malha suficiente para condução das simulações contém 4,7 mil volumes de controle (Fig. 3a), com a estimativa de erro que será apresentada na forma de barras de erros nos gráficos de resultados. Para comparação, com um cálculo simples podemos fazer uma estimativa de que essa malha com simetria axial equivaleria aproximadamente a uma malha tridimensional de 340 mil volumes, sabendo que a cunha axissimétrica tem ângulo de aproximadamente 5 graus. Na Fig. 3b é possível notar que a malha adotada possui o formato de cunha, sem divisões na direção tangencial. Nesta figura, a cor azul indica a superfície onde é aplicada a condição de contorno cíclica, a cor vermelha indica a condição de entrada, e a cor cinza indica paredes. A região de *overflow* do ciclone é alongada por mais 1 metro até a condição de saída, e a região de *underflow* (ou *dipleg*) é alongada por 0,5 metros e é delimitada por paredes. Na Fig. 3c observa-se a localização da linha de análise (40 mm abaixo do *vortex finder*) tanto para os resultados numéricos do presente trabalho, quanto experimentais de Balestrin et al. (2015).

Figura 3 - Detalhes da malha numérica utilizada: (a) visão normal à direção tangencial z, (b) visão isométrica, (c) altura analisada.



Fonte: dos autores.

2 Resultados

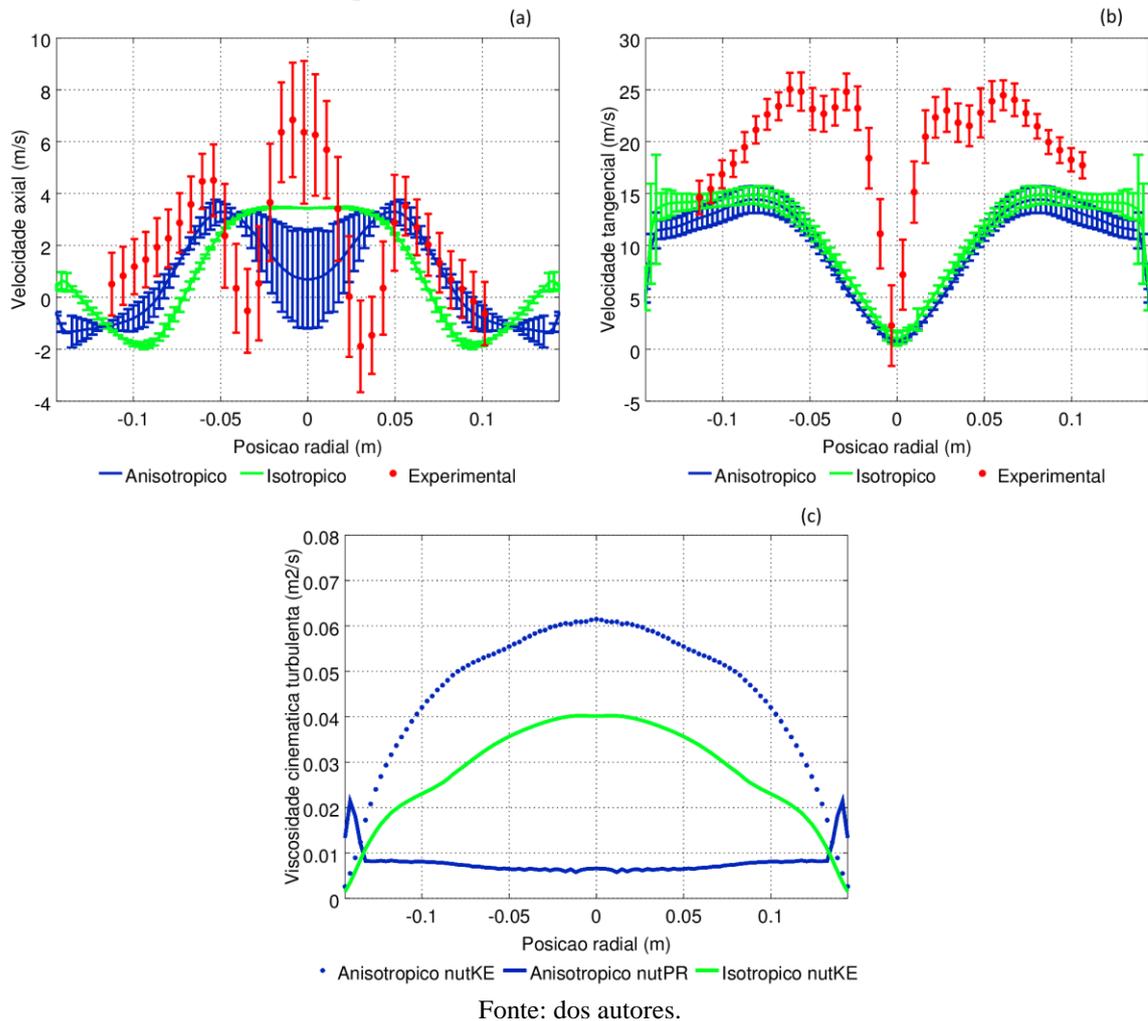
A abordagem anisotrópica com o modelo híbrido $k-\epsilon$ -Prandtl e a abordagem isotrópica com o modelo $k-\epsilon$ padrão foram comparadas entre si e com resultados experimentais para as velocidades axial e tangencial, conforme observa-se na Fig. 4a e na Fig. 4b, respectivamente.

O tempo de simulação e o número de iterações até atingir o critério de convergência para as simulações foram os seguintes: 2352 iterações em 1 minuto e 26 segundos para a abordagem isotrópica; 2790 iterações em 1 minuto e 48 segundos para a anisotrópica. Esses resultados equivalem a aproximadamente 27,3 iterações por segundo para o modelo isotrópico e 25,8 iterações por segundo para o modelo anisotrópico. Pode-se portanto considerar que as equações adicionais implementadas no modelo anisotrópico não causaram um incremento considerável ($< 6\%$) no custo computacional por iteração frente ao isotrópico. Independente disso, observa-se que a abordagem anisotrópica demorou aproximadamente 25% mais tempo para convergir se comparada à isotrópica, principalmente devido ao maior número de iterações necessárias para convergência.

O perfil de velocidade axial (Fig. 4a) predito pelo modelo anisotrópico da parede até a posição radial de $\pm 0,05$ m apresentou maior concordância com os dados experimentais, enquanto o pelo isotrópico resultou em valores discrepantes. Nenhum dos modelos capturou os dois mínimos de velocidade experimental entre $-0,05$ m e $+0,05$ m, e, embora imperfeito, observa-se uma melhora no perfil da abordagem anisotrópica frente a isotrópica nessa região. Na região central, o maior pico de velocidade nos resultados experimentais surge devido à efeitos da saída, não modelados no presente trabalho. Ainda assim, nos resultados do modelo anisotrópico observa-se a diminuição da velocidade na região central, o que está de acordo com o esperado quando a saída completa não é considerada (BALESTRIN et al., 2015). O modelo isotrópico não capturou esse comportamento. Nota-se também que a abordagem isotrópica obteve valores positivos de velocidade axial na região próxima da parede, comportamento inesperado e que não é observado na anisotrópica. Vale ressaltar que a assimetria nos resultados experimentais entre $+0,05$ m até $+0,1$ m, e $-0,05$ m até $-0,1$ m não é capturada em simulações que assumem simetria axial.

Analisando a velocidade tangencial (Fig. 4b), observa-se alguma concordância qualitativa entre o perfil simulado pela abordagem anisotrópica e os resultados experimentais. No entanto, a amplitude e os picos da velocidade tangencial não foram capturados corretamente pelos modelos. Esse fato também pode ser justificado pela limitação da geometria na saída: Balestrin et al. (2015) mostraram que a desconsideração da geometria da saída causa uma queda na amplitude e um afastamento da posição radial do pico de velocidade tangencial do centro em direção às paredes. Na região mais próxima das paredes, o modelo anisotrópico capturou um pouco melhor o perfil de “Vórtice de Rankine” que é o esperado em ciclones e observado nos dados experimentais. Esse comportamento não é observado nos resultados do modelo isotrópico que mostra um perfil constante na região.

Figura 4 - Perfis de: (a) velocidade axial, (b) velocidade tangencial, (c) viscosidade cinemática turbulenta. “nutPR” indica a viscosidade calculada pelo comprimento de Prandtl, e “nutKE” indica a calculada a partir do k e do ϵ .



O movimento no interior do ciclone é resultado da viscosidade atuante. Observando os resultados, um primeiro ponto que pode ser observado é que a viscosidade turbulenta calculada pelo comprimento de mistura de Prandtl na abordagem anisotrópica resulta em valores consideravelmente maiores que a calculada pelo modelo isotrópico k- ϵ na região próxima da parede (Fig. 4c). A esta diferença atribuem-se as mudanças observadas nos perfis de velocidade próximo às paredes. Por outro lado, os valores preditos pelo comprimento de Prandtl na abordagem anisotrópica são menores nas demais regiões. Destaca-se que a viscosidade calculada por Prandtl tem valores até 6 vezes menor que a calculada pelo k- ϵ na região central. Observa-se também que a viscosidade calculada a partir do k e do ϵ na abordagem anisotrópica é maior que a mesma calculada pela isotrópica.

3 Conclusões

Com os estudos numéricos realizados após a implementação do modelo de turbulência $k-\epsilon$ -Prandtl no OpenFOAM, observou-se maior coerência com os resultados experimentais nos perfis simulados frente o $k-\epsilon$ padrão, mantendo a mesma ordem de custo computacional. Esse fato destaca a potencialidade desse tipo de modelo para estudos que necessitem de rapidez nas simulações, como, por exemplo, em casos industriais ou procedimentos de otimização, apesar de que mais estudos mostram-se necessários já que os resultados numéricos ainda não se aproximaram suficientemente dos resultados experimentais.

Para continuar os estudos e na tentativa de minimizar os desacordos entre os perfis simulados pelas abordagens e os experimentais, pretende-se utilizar uma geometria que represente melhor a saída do ciclone na unidade experimental. Está aberta, ao mesmo tempo, a possibilidade de ampliação do modelo anisotrópico para simulação de ciclones sem a consideração de simetria axial.

Outros possíveis estudos futuros incluem a comparação direta com modelos mais complexos como o próprio RSM, apesar de que para esse caso também acredita-se que seria melhor uma geometria sem simplificação de axissimetria já que foram observadas dificuldades na simulação com modelo RSM ao utilizar essa simplificação. Fica também a possibilidade de estudar outros dos inúmeros modelos de turbulência de uma ou duas equações, focando na aplicação em ciclones e em trabalhos de otimização.

4 Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq (processo 310504/2012-0) e a PETROBRAS (acordo de cooperação 0050.0070 334.11.9) pelo apoio financeiro.

Referências

ALVES, A.; PAIVA, J.; SALCEDO, R. Cyclone Optimization Including Particle Clustering, **Powder Technology**, vol. 272, pp. 14–22, 2015.

BALESTRIN, E.; LUCIANO, R.D.; WIGGERS, V.R.; DECKER, R.K.; MEIER, H.F. Análise Dos Efeitos Geométricos De Entrada E Saída Em Ciclones Por Simulação Numérica E Experimentos Físicos, **XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química – Blucher Proceedings**, vol. 1, no. 2, pp. 11685-1169, 2015.

CELIK. I.B.; GHIA, U.; ROACHE, P.J.; FREITAS, C.J.; COLEMAN, H.; RAAD, P.E. Procedure For Estimation And Reporting Of Uncertainty Due To Discretization In CFD Applications, **Journal of Fluids Engineering**, vol. 130, 2008.

DYAKOWSKI, T.; WILLIAMS, R.A. Modelling Turbulent Flow Within A Small-Diameter Hydrocyclone, **Chemical Engineering Science**, vol. 48, pp. 1143-1152, 1993.

ELSAIED, K.; LACOR, C. Modeling And Pareto Optimization Of Gas Cyclone Separator Performance Using RBF Type Artificial Neural Networks And Genetic Algorithms, **Powder Technology**, vol. 217, pp. 84-99, 2012.

HOEKSTRA, A.J.; DERKSEN, J.J.; VAN DEN AKKER, H.E.A. An Experimental And Numerical Study Of Turbulent Swirling Flow In Gas Cyclones. **Chemical Engineering Science**, vol. 54, pp. 2055-2065, 1999.

JONES, W.P., LAUNDER, B.E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 15, pp. 301-314, 1972.

MEIER, H.F. **Modelagem Fenomenológica e Simulação Bidimensional de Ciclones por Técnicas da Fluidodinâmica Computacional**, Tese De Doutorado, Campinas: UNICAMP, 1998.

MEIER, H.F.; MORI, M. Anisotropic Behavior Of The Reynolds Stress In Gas And Gas-Solid Flows In Cyclones, **Powder Technology**, vol. 101, no. 2, pp. 108-119, 1999.

PERICLEOUS, K.A. Mathematical Simulation Of Hydrocyclones, **Applied Mathematical Modelling**, vol. 11, pp. 242-255, 1987.

PERRY, R.H.; GREEN, D.W. **Perry's Chemical Engineers' Handbook**, McGraw-Hill Education, New York, 2007.

ROACHE, P.J. Perspective: A Method For Uniform Reporting Of Grid Refinement Studies. **Journal of Fluids Engineering**, vol. 116, pp. 405-413, 1994.

SGROTT JR., O.L.; NORILER, D.; WIGGERS, V.R.; MEIER, H.F. Cyclone Optimization By COMPLEX Method And CFD Simulation. **Powder Technology**, vol. 277, pp. 11-21, 2015.

STAIRMAND, C.J. The Design And Performance Of Cyclone Separators, **Transactions of the Institution of Chemical Engineering**, vol. 29, pp. 356-383, 1951.

WILCOX, D.C. **Turbulence modeling for CFD**, DCW Industries Inc, 2006.